ОТЗЫВ

отечественного научного консультанта Темирбекова Нурлана Мухановича на диссертационную работу Турарова Аманкельды Кабдыгалиевича на тему «Численное решение многофазной динамической модели газлифтного процесса», представленную на соискание ученой степени доктора философии (PhD) по специальности «8D05401-Математика»

Диссертационная работа «Численное решение многофазной динамической модели газлифтного процесса» посвящена разработке и анализу численных методов решения прямой и обратной задачи для уравнений Навье-Стокса сжимаемого газа описывающий газлифтной процесс добычи нефти. Работа посвящена применению вычислительной математики и теории обратных задач для разработки и строгого математического обоснования численных методов на примере решения задачи газлифтного процесса добычи нефти. В условиях необходимости повышения эффективности эксплуатации истощающихся месторождений, разработка и применение современных математических моделей и методов оптимального управления приобретают особую значимость.

Целью диссертационного исследования является разработка и обоснование численного алгоритма для решения прямой и обратной задач, описывающих газлифтный процесс в нефтяной скважине, а также с последующим применением новых алгоритмов для определения пластового давления и оптимизации эксплуатационных параметров.

Впервые в задачах газлифтного процесса применён комплексный подход, объединяющий вариационный метод решения обратной задачи, метод сопряжённых уравнений и устойчивые разностные схемы. Такой подход позволил строго сформулировать обратную задачу на основе уравнений Навье–Стокса и эффективно решать её с использованием оптимизационных алгоритмов. Разработка алгоритмов, предусматривающих переход к инвариантной форме модели и модульную структуру вычислений, представляет собой новое направление в подземной вычислительной гидродинамике.

В работе успешно применены современные методы вариационного анализа и сопряжённых уравнений, обеспечивающие строгую теоретическую обоснованность и численную устойчивость решения. Метод сопряжённых уравнений позволяет получить выражения для градиента целевого функционала, а итерационный градиентный алгоритм, включающий решения

прямой и сопряжённой задач, обеспечил быструю сходимость и точность восстановления начальных условий. Сформулирована лемма о представлении вариации целевого функционала через решение сопряжённой задачи, что позволяет определить градиент функционала. Доказана теорема о сходимости итерационного градиентного метода на ограниченном выпуклом множестве, гарантирующая достижение минимума функционала при корректном выборе параметров. Эти теоретические результаты подтверждены численными экспериментами.

В первом разделе диссертации представлена постановка задачи в виде системы уравнений Навье–Стокса для сжимаемого газа, отражающая физические особенности газлифтной скважины, включая разрывные коэффициенты и неоднородности параметров среды в зависимости от геометрии области. Сформулированы начальные и граничные условия, обеспечивающие корректность математической задачи. Обратная задача формулируется как восстановление начального распределения давления и расхода по данным измерений на выходе, что имеет важное прикладное значение для мониторинга и оптимизации нефтедобычи.

Решение обратной задачи сведено к задаче минимизации целевого функционала. Для вычисления градиентов используется метод сопряжённых уравнений. Диссертант подробно рассмотрел вывод сопряжённой системы уравнений, начально-граничные условия используя интегральное тождества Лагранжа. Это позволяет определить направление наискорейшего убывания функционала при использовании градиентного метода.

На основе рассмотренной вариационной задачи построен алгоритм численной реализаций итерационного типа. Каждая итерация включает решение прямой задачи, расчёт функционала, решение сопряжённой задачи и обновление управления (начальных условий). Важной особенностью является модульная структура алгоритма, что обеспечивает гибкость и масштабируемость вычислений.

Диссертантом подробно исследована разностная схема с весами. Проведён анализ погрешности аппроксимаций разностной схемы на точном решений дифференциальной задачи. Методом энергетических неравенств доказана устойчивость по начальным данным с условием на весовой параметр. Так как рассматриваемая разностная схема линейная, из аппроксимаций и устойчивости следует сходимость.

Диссертант использует интегральную форму записи законов сохранения и применяет формулу Гаусса–Остроградского для вывода двумерных разностных схем.

Во втором разделе диссертации соискателем проведено математическое обоснование прямой и обратной задачи для гиперболического уравнения, что позволило перейти к инвариантной форме модели. Далее, аналогично первому разделу, используется вариационная постановка и соответствующее сопряжённое уравнение.

На алгоритмическом языке Python написан программный код реализаций численного алгоритма, протестированный на реальных параметрах скважины. Проведён анализ сходимости итерационного процесса, показано монотонное убывание значения целевого функционала. Восстановленные начальные данные (давление и расход) хорошо согласуются с заданными параболическими функциями, что подтверждает корректность предложенного численного метода. Представлены графики профилей, значения функционала и скорости сходимости.

В третьем разделе, на основе уравнений Навье-Стокса в переменных «вихрь – функция тока», диссертантом построены как дифференциальная, так и интегральная постановки задачи течения жидкости в ограниченной области при частично заданном давлении на выходе. Ключевым моментом метода является интегрирование уравнения движения по замкнутому контуру, что позволило точно описать течение в области со сложной геометрией, а также учесть влияние пористой структуры среды.

Особое внимание уделено развитию численного алгоритма расчета давления в призабойной зоне, основанного на интегральной формуле, полученной из уравнений движения. Диссертант приводит аккуратное и обоснованное построение конечно-разностной схемы с учётом граничных условий прилипания и симметрии. Для повышения точности расчёта давления разработана специальная методика интегрирования по граничным контурам, что позволяет получить значение давления на входе, а затем восстановить его распределение во всей области.

Отдельным вкладом является расширение задачи на случай течения через пористую среду. Учет пористости и проницаемости реализован через дополнительный член сопротивления, зависящий от координат. Выведены соответствующие краевые условия, предложена эффективная разностная схема с пошаговым расчётом вихря и функции тока, и приведён итерационный алгоритм её реализации.

Проведён анализ устойчивости и сходимости численного метода. Решения получены на равномерной сетке и апробированы в L - образной расчетной области, приближенной к реальной геометрии эксплуатационной скважины. В результате численных экспериментов получены профили скоростей и распределение давления в призабойной зоне. Полученные

результаты показывают физическую корректность задачи - формирование параболического профиля скорости на выходе и почти линейное распределение давления в пласте.

Таким образом, третий раздел демонстрирует высокий уровень владения диссертантом современными методами векторного анализа, численных методов и реализации расчетов задач на компьютере. Предложенный алгоритм может быть применён на практике при гидродинамических расчётах и проектировании новых эксплуатационных скважин.

Все представленные результаты носят как теоретическую, так и прикладную значимость. Работа выполнена на высоком научном уровне и подтверждает способность А.К. Турарова проводить самостоятельные фундаментальные и прикладные исследования в области вычислительной математики и их программирования на современных алгоритмических языках.

Диссертация выполнена на качественно высоком уровне. Результаты диссертационной работы Турарова А.К. были представлены на научных семинарах и международных конференциях. Достоверность и обоснованность полученных результатов подтверждаются публикациями в международных рецензируемых изданиях, индексируемых в базах данных Scopus и Web of Science, а также в журналах, рекомендованных Комитетом по обеспечению качества в сфере образования и науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан.

Диссертационная работа А.К. Турарова «Численное решение многофазной динамической модели газлифтного процесса» является завершённым научным исследованием, сочетающим строгое математическое описание, разработку численных алгоритмов и их эффективную реализацию. Полученные результаты представляют как теоретическую, так и практическую ценность для задач оптимизации нефтегазовой добычи. Работа отвечает требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание степени доктора философии (PhD) по специальности «8D05401 — Математика».

Отечественный научный консультант,
доктор физико-математических наук,
профессор, академик НИА РК,
академик НАН РК **Темирбеков Н.М.**

Подпись академика
Темирбекова Н.М.
Заверяю